



**E.T.S. INGENIEROS INDUSTRIALES. PLAN 2001. U.N.E.D**  
**CÁLCULO INFINITESIMAL I. 1º CURSO. CÓDIGO: 521020**  
**1ª SEMANA. CONVOCATORIA DE FEBRERO 2004.**

**DURACIÓN: 2 HORAS.**

**PARA LA REALIZACIÓN DE ESTE EXAMEN NO SE PERMITE  
LA UTILIZACIÓN DE NINGÚN TIPO DE MATERIAL**

1. Sea la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida como

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{si } x < 0 \\ |\sin x| & \text{si } 0 \leq x \leq 2\pi \\ -x + 2\pi & \text{si } x > 2\pi \end{cases}$$

- (a) Estúdiense su continuidad.  
(b) Estúdiense su derivabilidad.

(4 PUNTOS)

2. Considérese la sucesión de funciones  $\{f_n(x)\}$  donde  $f_n : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  tal que

$$f_n(x) = \frac{\cos nx}{e^{nx}}$$

para todo  $x \in [0, \infty)$  y  $\forall n \in \mathbb{N}$ . Se pide

- (a) Estudiar su convergencia puntual y uniforme en  $[a, \infty)$  con  $a \geq 0$ .  
(b) Calcular  $\int_0^\infty f_n(x) dx$   
(c) Estudiar si se verifica que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\infty f_n(x) dx = \int_0^\infty \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx$$

(4 PUNTOS)

3. Responder a las siguientes cuestiones cortas:

- (a) Calcular  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{7n-3}{7n+3} \right)^{2n-4}$   
(b) Definir conjunto cerrado, conjunto abierto y punto de adherencia de un conjunto.

(2 PUNTOS)